

## ◆はじめに◆

今年度も「〇〇をどう教えますか」をいれました。齋藤先生のリクエストもあり、今回は「図形と方程式」の分野から直線や円の方程式について掘り下げてみたいと思います。「なーんだ…」と思われる先生もいらっしゃるでしょう。しかし、予備校で中堅クラスの高卒生を教えていると、たとえば、「円の接線の方程式を求める」場合にその手法は千差万別です。もう少し系統立てて教えられないものかと日頃から思っていた内容ですので先生方と意見を交換したいと思います。

また、新しいお題目として「王道の確認」を入れてみました。これは、教科書で定番通りに教えるものについて細かな注意をしておきたい点に触れてみたいと思っています。まだ指導経験の少ない若い先生方の参考になれば、と思います。

その他、何度も話題にしてきた「相加相乗平均」についての再考と、私の勤務している学校で今年度教えていて気がついた事などの紹介をしようと思います。

例年通り、教材に一通り目を通してきて頂き、「自分ならこう教える」というイメージを持ってきて頂けると幸いです。

( まずは直線の平行・垂直条件の話から )

**1** 2 直線  $ax - 3y + 2 = 0$ ,  $x + (a + 4)y - 1 = 0$  について, 次の条件が成り立つような  $a$  の値を求めよ.

(1) 平行となる.

(2) 垂直となる.

( 数研出版の教科書より )

- 2 2 直線  $x + 2y - 4 = 0$ ,  $2x - y - 3 = 0$  の交点と点  $(1, -2)$  を通る直線の方程式を求めよ。。

(円の接線について (数研出版の教科書より))

- 3 点 A(1, 3) を通り，円  $x^2 + y^2 = 5$  に接する直線の方程式を求めよ．また，接点の座標も求めよ．

(円の接線(2022年共通テストより))

**4** 2つの円

$$\begin{cases} C_1 : x^2 + y^2 = 4 \\ C_2 : x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0 \end{cases}$$

について、次の条件を満たす接線の方程式と接点の座標を求めよ.

- (1) 傾きが2の  $C_1$  の接線.
- (2) 点  $(6, 0)$  を通る  $C_1$  の接線.
- (3) 点  $(-8, 0)$  を通る  $C_2$  の接線.

(記述の答案はどこまで書かせていますか?)

5

2つの円

$$\begin{cases} C_1 : x^2 + y^2 - 5 = 0 \\ C_2 : x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0 \end{cases}$$

の2交点を通る直線の方程式を求めよ.

(判別式は大事)

**6**  $xy$  平面上の 3 次曲線  $K : y = \frac{3}{2}x \left( x^2 - \frac{1}{3} \right)$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 原点で曲線  $K$  と接線を共有している円  $C$  の方程式を求めよ. ただし, 円  $C$  の中心の  $x$  座標を  $p$  ( $p \neq 0$ ) とせよ.
- (2) さらに, 曲線  $K$  と円  $C$  とが, 原点以外の  $K$  上の点でも接線を共有するとき, 円  $C$  の方程式を求めよ.

( 正弦定理・余弦定理の証明 )

**7**  $\triangle ABC$  について,  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  とする.  $\angle A$  が鋭角か鈍角の場合を分けることなく次の等式を証明せよ.

(1)  $\frac{a}{\sin A} = 2R$  (ただし,  $R$  は  $\triangle ABC$  の外接円の半径)

(2)  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$



(三角比ばかりでは駄目！(数件出版 4STEP より))

**8**  $\triangle ABC$  において  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  とする. 次の値を求めよ.

(1)  $a = 2\sqrt{6}$ ,  $b = 4$ ,  $A = 60^\circ$  のとき  $c$

(2)  $a = 1 + \sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{6}$ ,  $c = 2$  のとき  $B$

(3)  $a : b = 1 : \sqrt{2}$ ,  $b : c = (\sqrt{3} - 1) : 1$  のとき  $A$ ,  $B$   
さらに,  $\triangle ABC$  の面積が  $\sqrt{3} + 1$  のとき  $a$

(有名三角形のアイテムは多いほどよい？(東大の過去問より))

9

$\triangle ABC$  において

$$AB=5, BC=7, CA=8$$

であるとする.

この三角形の各辺上に頂点を持つ正三角形の1辺の長さの最大値を求めよ.

( 相加相乗平均の再考 )

**10** 次関数の値域を求めよ.

$$(1) \quad y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2} \quad (x > 1)$$

$$(2) \quad y = x + \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

( 今年度の授業 (中 3 生) より )

- 11 1 から 12 までの番号が 1 つずつ書かれた 12 枚のカードがある．この中から無作為に 3 枚のカードを取り出してその数の小さい順に  $a, b, c$  とする．このとき， $b - a \geq 2$ ， $c - b \geq 3$  となる確率を求めよ、