



平成 17 年 11 月 15 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会 数学部会 編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

| | | | | | |
|---|----|---|---|----|--|
| 第 | 学年 | 組 | 番 | 氏名 | |
|---|----|---|---|----|--|

注 意 事 項

1. 解答用紙はこの問題用紙にはさんであります。
2. $SI\alpha$ または $SI\beta$ のうち、学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。
 - $SI\alpha$ は、1 頁～6 頁に印刷してあります。
 α 選択問題 については、 $[\alpha - 1]$ から $[\alpha - 10]$ までの 10 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
 - $SI\beta$ は、7 頁～11 頁に印刷してあります。
 β 選択問題 については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 8]$ までの 8 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
3. 解答はすべて $SI\alpha$ 、 $SI\beta$ 専用の解答用紙に記入して下さい。
4. 解答用紙の記入する欄を間違えないよう注意して下さい。

S I α 学 力 テ ス ト

α 共通問題

方程式と不等式

次の問いに答えよ。

(1) $3(2x+5)-2(4-3x)$ を計算せよ。

(2) $(x-2)^2$ を展開せよ。

(3) $3x^2+8x+4$ を因数分解せよ。

(4) $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}$ を計算せよ。

(5) 不等式 $-2x-8 > x+10$ を解け。

(6) 2次方程式 $4x^2-7x+2=0$ を解け。

(7) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

(8) $4x^2y \times (-2y^2)^3 \times (x^3)^2$ を計算せよ。

(9) 直角をはさむ2辺の長さが斜辺の長さよりそれぞれ3 cm, 6 cm 短い直角三角形がある。この直角三角形の斜辺の長さを求めよ。(途中経過を書け)

α 選択問題

$[\alpha - 1]$ から $[\alpha - 10]$ までの 10 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

 $[\alpha - 1]$ 2 次関数

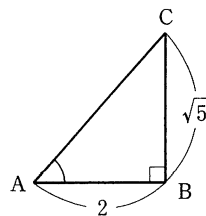
- (1) 次の $(ア)$, $(イ)$, $(ウ)$ にあてはまる数を答えよ。

2 次関数 $y = 3(x-2)^2 + 4$ のグラフは 2 次関数 $y = (ア) x^2$ のグラフを x 軸方向に $(イ)$, y 軸方向に $(ウ)$ だけ平行移動したものである。

- (2) 2 次関数 $y = -3(x+1)^2 + 2$ のグラフについて、頂点の座標を求めよ。
 (3) 2 次関数 $y = x^2 + x - 6$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。
 (4) 2 次関数 $y = (x-1)^2 + 2$ について、 $0 \leq x \leq 3$ における最大値と最小値を求めよ。
 (5) 2 次不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ を解け。

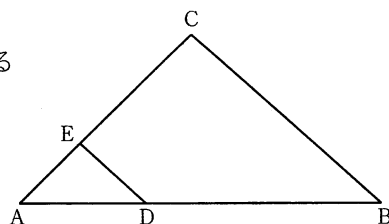
 $[\alpha - 2]$ 図形と計量

- (1) 右図の直角三角形 ABC において、 $\sin A$ の値を求めよ。

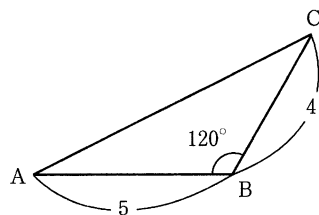


- (2) $\triangle ABC$ において、 $A + B = 120^\circ$ のとき、 $\cos C$ の値を求めよ。

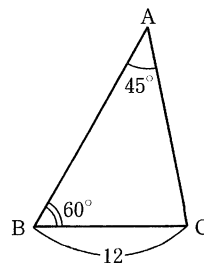
- (3) 右図のような $\triangle ABC$ において、 $AD : DB = 1 : 2$,
 $AE : EC = 1 : 2$ とする。 $\triangle ABC$ の面積が 18 である
 とき、 $\triangle ADE$ の面積を求めよ。



- (4) 右図のような $AB = 5$, $BC = 4$, $\angle B = 120^\circ$ の
 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



- (5) 右図のような $\triangle ABC$ において、 $BC = 12$,
 $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ のとき、
 辺 AC の長さを求めよ。



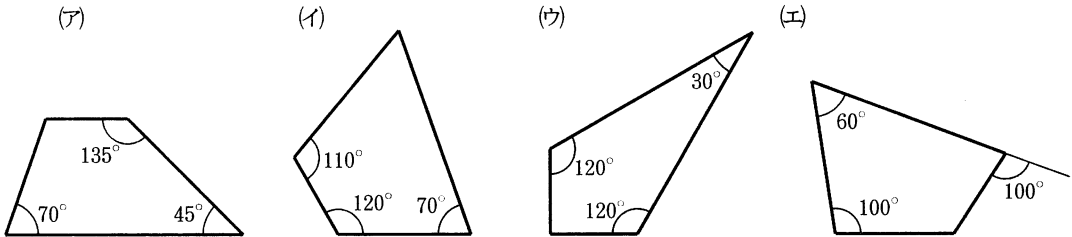
[α-3] 平面図形

(1) 三角形において、次の事柄と最も関連があるものを次の語群より選び、記号で答えよ。

(ア) 内角の二等分線 (イ) 中線 (ウ) 辺の垂直二等分線

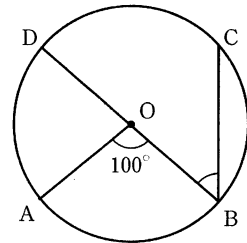
語群〔 a 外心, b 内心, c 重心 〕

(2) 次の四角形のうち、円に内接するものをすべて選び、記号で答えよ。

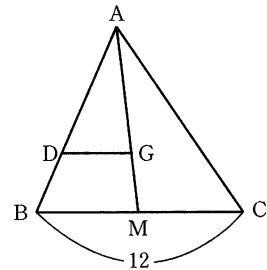


(3) 右図のように、BD を直径とする円 O において、

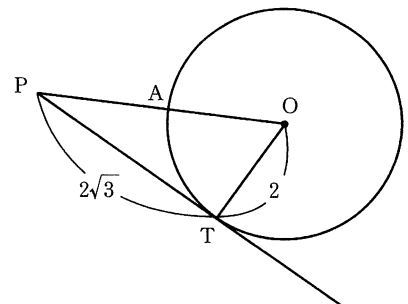
$\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\angle AOB = 100^\circ$ のとき、 $\angle CBD$ の大きさを求めよ。



(4) $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を M、重心を G とする。辺 AB 上に $BC \parallel DG$ となるように点 D をとる。BC = 12 のとき、線分 DG の長さを求めよ。



(5) 右図のように、円 O の外部の点 P から円 O に引いた接線の接点を T とし、線分 OP と円 O の交点を A とする。PT = $2\sqrt{3}$, OT = 2 のとき、線分 PA の長さを求めよ。



[$\alpha-4$] 集合と論理

- (1) 2つの集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ について, 集合 $A \cup B$ を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 1 から 100 までの整数のうち, 7 で割り切れる数の個数を求めよ。
- (3) 次の (ア) ~ (オ) の命題の中から真であるものをすべて選び, 記号で答えよ。
 - (ア) 直角三角形の 3 辺のうち, 長さが最大なものは斜辺である。
 - (イ) $\sqrt{2} + 1$ は 3 より大きい。
 - (ウ) $a + b > 0$ ならば, $a > 0$ かつ $b > 0$ である。
 - (エ) $a = b$ ならば, $ac = bc$ である。
 - (オ) $x \neq 2$ ならば, $x^2 \neq 4$ である。
- (4) 次の に適するものを, 下の (ア) ~ (エ) の中から選び, 記号で答えよ。
 「 $2x + 8 = 0$ は $(x + 4)^2 = 0$ であるための 。」
 - (ア) 必要条件であるが十分条件ではない
 - (イ) 十分条件であるが必要条件ではない
 - (ウ) 必要十分条件である
 - (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (5) A, B 2つの問題を 50 人の生徒に解かせたところ, A が解けた生徒は 26 人, B が解けた生徒は 15 人, 両方解けた生徒は 8 人だった。このとき, A も B も解けなかった生徒の人数を求めよ。

[$\alpha-5$] 場合の数と確率

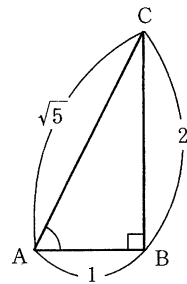
- (1) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字を 1 回ずつ使ってできる 5 桁^{けた}の整数は何個あるか。
- (2) 2 枚の硬貨を同時に投げるとき, 1 枚は表, 1 枚は裏となる確率を求めよ。
- (3) 白球 5 個, 赤球 7 個が入った袋の中から, 1 個の球を取り出す。その球を袋の中へ戻し, もう一度, 袋の中から 1 個の球を取り出す。このとき, 1 回目に白球, 2 回目に赤球が出る確率を求めよ。
- (4) 赤球 4 個と白球 6 個が入っている袋から, 2 個の球を同時に取り出すとき, それらが同じ色である確率を求めよ。
- (5) $(x + 2)^4$ の展開式における x^3 の係数を求めよ。

[$\alpha-6$] **2次関数** (2次不等式は除く)

- (1) 2次関数 $y = x^2 + 5x + 1$ について、 $x = -2$ のときの y の値を求めよ。
- (2) 2次関数 $y = -5x^2 + 18x - 30$ のグラフと y 軸との交点の座標を求めよ。
- (3) 2次関数 $y = (x-2)^2 + 1$ のグラフをかけ。
- (4) 2次関数 $y = x^2 + 2x + 3$ の最小値を求めよ。
- (5) 2次関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフの頂点の座標が $(1, 3)$ であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

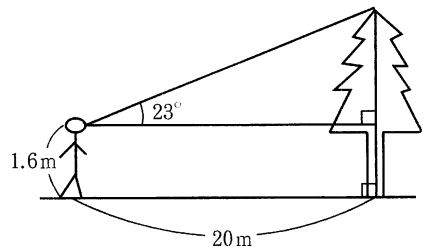
[$\alpha-7$] **図形と計量** (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量は除く)

- (1) 右図のような $AB = 1, BC = 2, AC = \sqrt{5}, \angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において、 $\tan A$ の値を求めよ。



- (2) $\cos 30^\circ \times \tan 60^\circ$ の値を求めよ。
- (3) θ が鋭角で $\cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ であるとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。

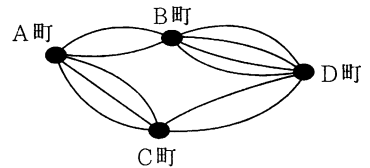
- (4) 右図のように、木の根もとから 20 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると、水平面とのなす角が 23° であった。目の高さを 1.6 m とし、木の高さは何 m か。小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めよ。



- ただし、 $\sin 23^\circ = 0.3907, \cos 23^\circ = 0.9205, \tan 23^\circ = 0.4245$ とする。
- (5) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす角 θ を求めよ。

[$\alpha - 8$] **場合の数と確率** (確率は除く)

- (1) 1 から 100 までの整数のうち, 3 と 8 の両方で割り切れる数は何個あるか。
- (2) 生徒 6 人の中から, 班長 1 人, 副班長 1 人, 書記 1 人の 3 人を選ぶ方法は何通りあるか。
- (3) 5 人の部員の中から, 代表者 2 人を選ぶ方法は何通りあるか。
- (4) 右図のように, A 町から B 町へ行く道は 2 本,
B 町から D 町へ行く道は 4 本, A 町から C 町へ
行く道は 3 本, C 町から D 町へ行く道は 2 本ある。
このとき, これらの道を通して A 町から D 町へ行く
方法は全部で何通りあるか。
- (5) 72 の正の約数は何個あるか。



[$\alpha - 9$] **方程式と不等式 ①**

- (1) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$ を展開せよ。
- (2) 不等式 $0.3x-0.2(1-x) < 1.3$ を解け。
- (3) $\sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。
- (4) x^3-4xy^2 を因数分解せよ。
- (5) $x = 1$ が 2 次方程式 $x^2+ax-3 = 0$ の解であるとき, 定数 a の値と $x = 1$ 以外の
もう 1 つの解を求めよ。

[$\alpha - 10$] **方程式と不等式 ②**

- (1) $(x^2+7x-1)+2(x^2-3x-5)$ を計算せよ。
- (2) $y(x-2)-(x-2)$ を因数分解せよ。
- (3) 不等式 $\frac{3}{2}x+2 > \frac{1}{3}x-5$ を解け。
- (4) $(1+\sqrt{3})(-2+\sqrt{3})$ を計算せよ。
- (5) 2 次方程式 $2x^2-x-3 = 0$ を解け。

S I β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

方程式と不等式

次の問いに答えよ。

(1) $(x+2)^2(x-2)^2$ を展開せよ。

(2) $3x^2+8xy+4y^2$ を因数分解せよ。

(3) $\left(\frac{1}{4}xy^3\right)^2 \times 2(-x^2y)^3$ を計算せよ。

(4) 2次方程式 $4x^2-6x+1=0$ を解け。

(5) 連立不等式 $\begin{cases} 5x-3 > 2 \\ x+1 > 3x-7 \end{cases}$ を解け。

(6) $2\sqrt{\frac{2}{15}} - \sqrt{\frac{3}{10}}$ を計算せよ。

(7) 直角をはさむ2辺の長さが斜辺の長さよりそれぞれ3 cm, 6 cm 短い直角三角形がある。この直角三角形の斜辺の長さを求めよ。(途中経過を書け)

(8) $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ が2次方程式 $x^2+2x+m=0$ の解であるとき、定数 m の値を求めよ。

また $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ 以外のもう1つの解を求めよ。(途中経過を書け)

β 選択問題

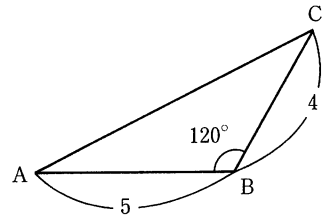
[β-1] から [β-8] までの 8 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[β-1] **2 次関数**

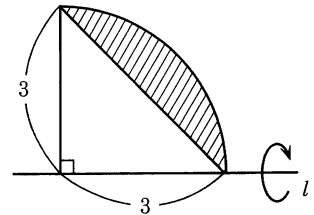
- (1) 2 次関数 $y = (x-1)^2 + 2$ のグラフをかけ。
- (2) 放物線 $y = x^2 - 4x + a$ が x 軸と接するとき、定数 a の値を求めよ。
- (3) 2 次不等式 $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ を解け。
- (4) 放物線 $y = 2x^2$ を平行移動したもので、直線 $x = -3$ を軸とし、点 $(-1, 3)$ を通る放物線の方程式を求めよ。
- (5) 2 次関数 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ は、 $x = -2$ で最小値 3 をとる。このとき定数 a, b の値を求めよ。

[β-2] **図形と計量**

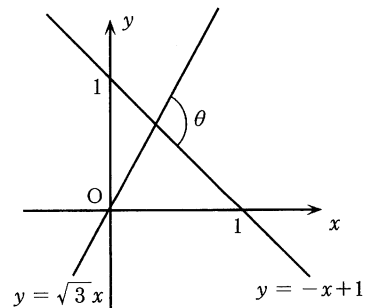
- (1) 右図のような $AB = 5, BC = 4, \angle B = 120^\circ$ である $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ において、 $AB = \sqrt{3}, BC = 1, \angle C = 120^\circ$ のとき、 $\angle A$ の大きさを求めよ。



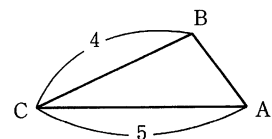
- (3) 右図の斜線部分は、半径が 3、中心角 90° の扇形から直角二等辺三角形を除いた図形である。この図形を直線 l を軸として一回転したときにできる立体の体積を求めよ。



- (4) 2 直線 $y = \sqrt{3}x, y = -x + 1$ が右図のようなとき角 θ の大きさを求めよ。

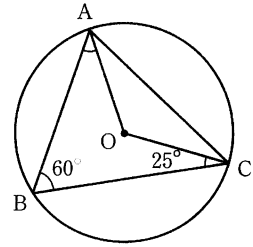


- (5) $BC = 4, AC = 5$ である $\triangle ABC$ において、 $\angle B$ が鈍角であるとき辺 AB のとりうる長さの範囲を求めよ。

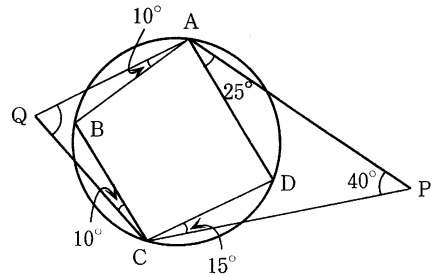


[β-3] 平面図形

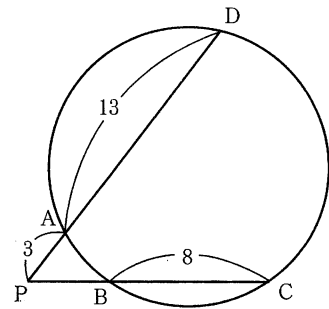
- (1) 右図のように、 $\triangle ABC$ が円 O に内接している。
 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCO = 25^\circ$ のとき、 $\angle BAO$ の
 大きさを求めよ。



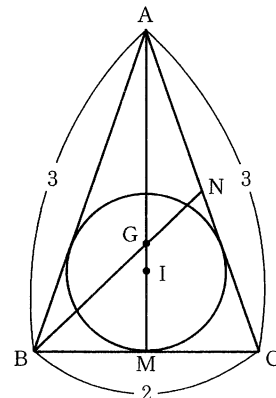
- (2) 右図のように、四角形 $ABCD$ が円に内接して
 いる。 $\angle APC = 40^\circ$, $\angle DAP = 25^\circ$,
 $\angle DCP = 15^\circ$, $\angle BAQ = \angle BCQ = 10^\circ$
 のとき、 $\angle AQC$ を求めよ。



- (3) 右図のように、円の外部の点 P から円と2点
 A, D で交わる直線と2点 B, C で交わる直線
 を引く。 $PA = 3$, $AD = 13$, $BC = 8$ のとき、
 線分 PB の長さを求めよ。



- (4) 右図のように、 $AB = AC = 3$, $BC = 2$ である
 $\triangle ABC$ において、辺 BC, CA の中点をそれぞれ
 M, N とする。 $\triangle ABC$ の内心 I と重心 G はともに
 線分 AM 上にある。線分 IG の長さを求めよ。



- (5) 三角形の3つの辺の長さが x , 8 , $2x+2$ であるとき、 x の値の範囲を求めよ。

[β-4] 集合と論理

- (1) 全体集合を $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, その部分集合を $A = \{3, 6, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ とする。集合 $A \cap \bar{B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 次の に適するものを, 下の (ア) ~ (エ) の中から選び, 記号で答えよ。
 「実数 a, b について, $a+b=3$ は $a=1$ かつ $b=2$ であるための 。」
- (ア) 必要条件であるが十分条件ではない
 (イ) 十分条件であるが必要条件ではない
 (ウ) 必要十分条件である
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (3) 集合 $A = \{a, b, c, d\}$ の部分集合のうち, a を要素にもつものはいくつあるか。
- (4) A, B 2つの問題を 50 人の生徒に解かせたところ, A が解けた生徒は 26 人, B が解けた生徒は 15 人, 両方解けた生徒は 8 人だった。このとき, A も B も解けなかった生徒の人数を求めよ。
- (5) 実数 x に関する次の命題の対偶を書け。また, その対偶の真偽を答えよ。
 「 $x \leq 1$ ならば, $-1 < x < 1$ である。」

[β-5] 場合の数と確率

- (1) 当たりくじが 4 本入っている 10 本のくじがある。このくじを 2 本同時に引くとき 2 本とも当たりくじである確率を求めよ。
- (2) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字を 1 回ずつ使ってできる ^{けた}5 桁の整数のうち偶数は何個あるか。
- (3) 赤球 6 個, 白球 5 個, 黄球 4 個が入った袋から, 同時に 4 個の球を取り出すとき, 4 個とも同じ色の球が出る確率を求めよ。
- (4) 1 個のさいころを 3 回投げるとき, 出る目の最小値が 2 である確率を求めよ。
- (5) A 君は次のようなゲームをすることになった。

箱の中に白球が 6 個, 黒球が 3 個, 赤球が 1 個入っている。この箱から球を 1 個取り出す。取り出した球が白球のとき 100 円, 黒球のとき 500 円, 赤球のとき 1000 円もらえる。

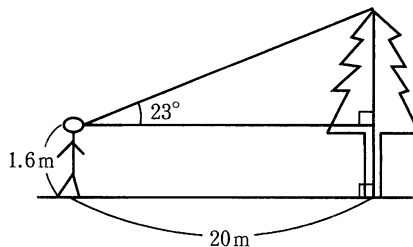
このゲームを 1 回行うとき, A 君のもらえる金額の期待値を求めよ。

[β-6] **2次関数** (2次不等式は除く)

- 次の **ア** ~ **カ** にあてはまる数を答えよ。
2次関数 $y = -3(x+2)^2 - 4$ のグラフは、2次関数 $y = \text{ア} x^2$ のグラフを x 軸方向に **イ**、 y 軸方向に **ウ** だけ平行移動したものであり、軸の方程式は $x = \text{エ}$ 、頂点の座標は (**オ**, **カ**) である。
- 2次関数 $y = 3x^2 - x - 2$ のグラフと x 軸との共有点の座標を求めよ。
- 2次関数 $y = -x^2 + 4x - 1$ の最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。
- 2次関数 $y = x^2 + 2x - m$ のグラフが x 軸と共有点をもつように定数 m の値の範囲を定めよ。
- 2次関数 $y = x^2 - (a+3)x + 3a$ のグラフと x 軸が異なる2点で交わっている。 x 軸上の2つの交点の距離が2であるとき、定数 a の値を求めよ。

[β-7] **図形と計量** (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量は除く)

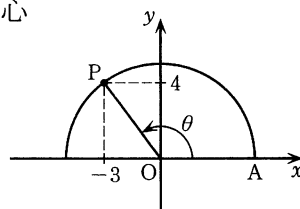
- 右図のように、木の根もとから 20 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると、水平面とのなす角が 23° であった。目の高さを 1.6 m として、木の高さは何 m か。小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めよ。



ただし、

$$\sin 23^\circ = 0.3907, \quad \cos 23^\circ = 0.9205, \quad \tan 23^\circ = 0.4245 \quad \text{とする。}$$

- $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $2 \sin \theta - \sqrt{3} = 0$ を満たす角 θ を求めよ。
- $(2 - \sin \theta)(2 + \sin \theta) + (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)$ を簡単にせよ。
- 右図のように、 x 軸の正の部分に点 A をとり、原点 O を中心とする半径 OA の半円をかく。この半円上の点 P の座標が $(-3, 4)$ で $\angle AOP = \theta$ のとき $\cos \theta$ の値を求めよ。



- $\tan 40^\circ \times \tan 140^\circ + \frac{1}{\cos^2 40^\circ}$ を簡単にせよ。

[β-8] **場合の数と確率** (確率は除く)

- 1 から 100 までの整数のうち、3 と 8 の少なくとも一方で割り切れる数は何個あるか。
- 144 の正の約数は何個あるか。
- $(x+2)^8$ の展開式における x^5 の係数を求めよ。
- 7 人から 4 人を選びその 4 人がたがいに手をつないで輪をつくる時、何通りの輪ができるか。
- KANAGAWA の 8 個の文字を一列に並べるとき、並べ方は全部で何通りあるか。