SⅡα・β

平成17年11月15日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

（時間50分）

第　　学年　　組　　番	氏名	

注　意　事　項

1. 解答用紙はこの問題用紙にはさんであります。

2. SⅡαまたはSⅡβのうち，学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。

   ・SⅡαは，1頁～7頁に印刷してあります。
   ［α－1］から［α－16］までの16群のうちから，学校で指定された4群を解答して下さい。

   ・SⅡβは，8頁～14頁に印刷してあります。
   β選択問題 については［β－1］から［β－13］までの13群のうちから，学校で指定された2群を解答して下さい。

3. 解答はすべて解答用紙に記入して下さい。
   ただし，SⅡβを解答する場合は，指定された2群の番号を，下欄および解答用紙の選択番号欄に番号順に記入して下さい。

   β－□，　β－□　　← SⅡβの選択番号

4. 解答用紙の記入する欄を間違えないように注意して下さい。

S Ⅱ α 学 力 テ ス ト

［α－1］ 式と証明・高次方程式 （この選択群で使用している i は虚数単位とする）

(1) $2(3+2i)-i(1-2i)$ を計算せよ。

(2) 2次方程式 $x^2=-9$ を解け。

(3) 整式 $2x^3-x^2-3x-2$ を $2x+1$ で割ったときの商と余りを求めよ。

(4) $\dfrac{x^2-3x}{x+3}\div\dfrac{x^2}{x^2-9}$ を計算せよ。

(5) 2次方程式 $x^2+6x+k-1=0$ が重解をもつように，定数 k の値を定めよ。

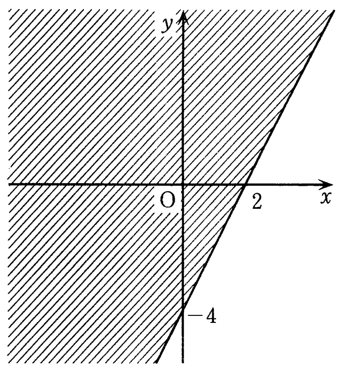
［α－2］ 図形と方程式

(1) 2点 A(0，1)，B(5，3) 間の距離 AB を求めよ。

(2) 2点 A(1，2)，B(4，6) を結ぶ線分 AB を 2：1 の比に外分する点の座標を求めよ。

(3) 点 (2，1) を通り，直線 $y=-4x+1$ に平行な直線の方程式を求めよ。

(4) 右図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし，この領域は境界線を含むものとする。



(5) 2点 A(3，0)，B(−3，0) に対して，等式 $AP^2+BP^2=20$ を満たす点 P の軌跡の方程式を求めよ。

［α－3］ 三角関数

(1) 弧度法で $\dfrac{2}{3}\pi$ と表される角度を度数法で表せ。

(2) $\tan(-45^\circ)$ の値を求めよ。

(3) θ が第2象限の角で $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(4) 次の値の中で最も大きいものを選び，記号で答えよ。
ア $\sin 10^\circ$　イ $\sin 70^\circ$　ウ $\sin 130^\circ$　エ $\sin 200^\circ$

(5) 加法定理を利用して $\sin 105^\circ$ の値を求めよ。

[$\alpha-4$] **指数関数・対数関数**

(1) $\sqrt[4]{16}$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $10^x=\dfrac{1}{100}$ を解け。

(3) 方程式 $\log_2 x=3$ を解け。

(4) $\log_{10}2+\log_{10}5$ を計算せよ。

(5) $\log_2 3=a$，$\log_2 5=b$ とするとき，$\log_2 45$ を a，b で表せ。

[$\alpha-5$] **微分・積分の考え**

(1) 極限値 $\lim_{h\to 0}2(3h-1)$ を求めよ。

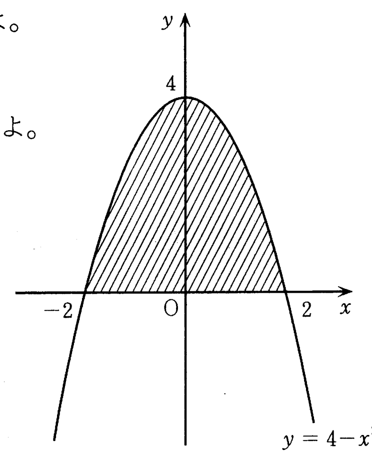
(2) 関数 $y=x^3-3x^2+4x-6$ を微分せよ。

(3) 関数 $f(x)=-x^3+3x+2$ の極大値を求めよ。

(4) 関数 $f(x)$ が次の条件を満たすとき，$f(x)$ を求めよ。

$f'(x)=4x-4$，$f(1)=1$

(5) 曲線 $y=4-x^2$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。



[$\alpha-6$] **式と証明・高次方程式** (等式の証明，不等式の証明は除く)

(この選択群で使用している i は虚数単位とする)

(1) $\sqrt{-25}-\sqrt{-4}$ を計算せよ。

(2) 等式 $2(x+3i)=6+9yi$ を満たす実数 x，y の値を求めよ。

(3) 2次方程式 $x^2-3x+4=0$ の2つの解を α，β とするとき，$\alpha+\beta-\alpha\beta$ の値を求めよ。

(4) x の整式 x^3+x^2-x+a を $x-2$ で割ったとき，余りが5であった。定数 a の値を求めよ。

(5) 整式 x^3+3x^2-x-3 を因数分解せよ。

［α－7］ **図形と方程式** （軌跡と領域は除く）

(1) 原点 O(0，0) に関して，点 A(－4，2) と対称な点 B の座標を求めよ。

(2) 中心が点 (1，2) で半径が 3 である円の方程式を求めよ。

(3) 方程式 $x^2+y^2-6x+4y-3=0$ によって表される円の中心の座標と半径を求めよ。

(4) 点 (3，2) を通り，直線 $x+2y+3=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

(5) 3 点 A(－1，1)，B(2，4)，C(a，7) が同一直線上にあるとき，定数 a の値を求めよ。

［α－8］ **三角関数** （加法定理は除く）

(1) $-400°$ は第何象限の角か。

(2) 半径 6，中心角 $\frac{5}{6}\pi$ の扇形の弧の長さを求めよ。

(3) $0° \leqq \theta < 360°$ のとき，等式 $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす角 θ を求めよ。

(4) 関数 $y=-2\sin\theta$ の最大値を求めよ。

(5) θ が第 3 象限の角で $\tan\theta = 2$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

［α－9］ **指数関数・対数関数** （対数関数は除く）

(1) $\left(3^7 \times 3^{-5}\right)^{\frac{1}{2}}$ を計算せよ。

(2) $\sqrt[3]{10} \times \sqrt[3]{4} \div \sqrt[3]{5}$ を計算せよ。

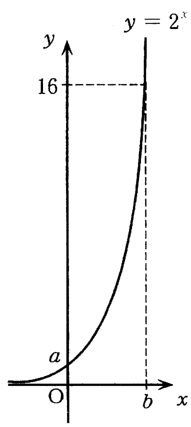
(3) 不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geqq \frac{1}{81}$ を解け。

(4) 次の 3 つの数の大小を調べ，小さい順に左から並べよ。

$\sqrt[3]{25}$，　$\sqrt{5}$，　$\sqrt[5]{125}$

(5) 右図は関数 $y=2^x$ のグラフである。

実数 a，b の値を求めよ。



[α − 10] 平面図形

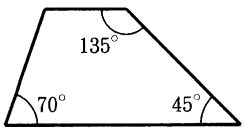
(1) 三角形において，次の事柄と最も関連があるものを次の語群より選び，記号で答えよ。

(ア) 内角の二等分線　　(イ) 中線　　(ウ) 辺の垂直二等分線

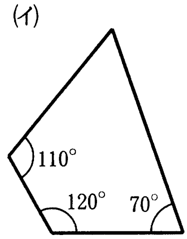
語群〔 a 外心， b 内心， c 重心 〕

(2) 次の四角形のうち，円に内接するものをすべて選び，記号で答えよ。

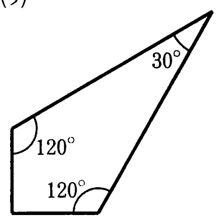
(ア)



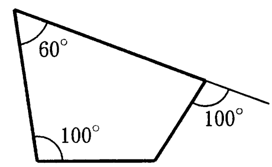
(イ)



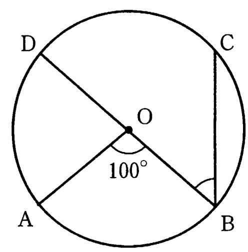
(ウ)



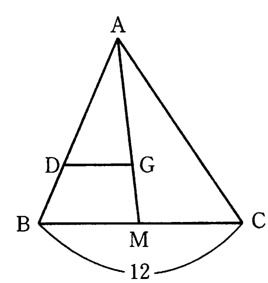
(エ)



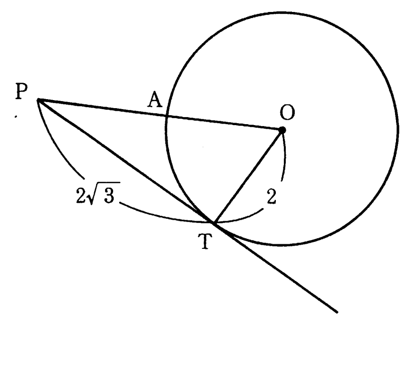
(3) 右図のように，BD を直径とする円 O において，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$，$\angle AOB = 100°$ のとき，$\angle CBD$ の大きさを求めよ。



(4) $\triangle ABC$ において，辺 BC の中点を M，重心を G とする。辺 AB 上に $BC \parallel DG$ となるように点 D をとる。$BC = 12$ のとき，線分 DG の長さを求めよ。



(5) 右図のように，円 O の外部の点 P から円 O に接線を引き，接点を T とし，線分 OP と円 O の交点を A とする。$PT = 2\sqrt{3}$，$OT = 2$ のとき，線分 PA の長さを求めよ。



[$\alpha-11$] 集合と論理

(1) 2つの集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{1, 3, 5, 7\}$ について，集合 $A\cup B$ を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 1から100までの整数のうち，7で割り切れる数の個数を求めよ。

(3) 次の(ア)～(オ)の命題の中から真であるものをすべて選び，記号で答えよ。

(ア) 直角三角形の3辺のうち，長さが最大なものは斜辺である。

(イ) $\sqrt{2}+1$ は3より大きい。

(ウ) $a+b>0$ ならば，$a>0$ かつ $b>0$ である。

(エ) $a=b$ ならば，$ac=bc$ である。

(オ) $x\neq 2$ ならば，$x^2\neq 4$ である。

(4) 次の $\boxed{}$ に適するものを，下の(ア)～(エ)の中から選び，記号で答えよ。

「$2x+8=0$ は $(x+4)^2=0$ であるための $\boxed{}$。」

(ア) 必要条件であるが十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

(5) A，B 2つの問題を50人の生徒に解かせたところ，Aが解けた生徒は26人，Bが解けた生徒は15人，両方解けた生徒は8人だった。このとき，AもBも解けなかった生徒の人数を求めよ。

[$\alpha-12$] 場合の数と確率

(1) 1，2，3，4，5の5個の数字を1回ずつ使ってできる5桁(けた)の整数は何個あるか。

(2) 2枚の硬貨を同時に投げるとき，1枚は表，1枚は裏となる確率を求めよ。

(3) 白球5個，赤球7個が入った袋の中から，1個の球を取り出す。その球を袋の中へ戻し，もう一度，袋の中から1個の球を取り出す。このとき，1回目に白球，2回目に赤球が出る確率を求めよ。

(4) 赤球4個と白球6個が入っている袋から，2個の球を同時に取り出すとき，それらが同じ色である確率を求めよ。

(5) $(x+2)^4$ の展開式における x^3 の係数を求めよ。

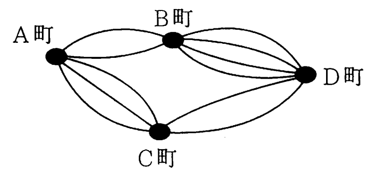
[$\alpha-13$] 場合の数と確率 （確率は除く）

(1) 1から100までの整数のうち，3と8の両方で割り切れる数は何個あるか。

(2) 生徒6人の中から，班長1人，副班長1人，書記1人の3人を選ぶ方法は何通りあるか。

(3) 5人の部員の中から，代表者2人を選ぶ方法は何通りあるか。

(4) 右図のように，A町からB町へ行く道は2本，B町からD町へ行く道は4本，A町からC町へ行く道は3本，C町からD町へ行く道は2本ある。このとき，これらの道を通ってA町からD町へ行く方法は全部で何通りあるか。



(5) 72の正の約数は何個あるか。

[$\alpha-14$] 方程式と不等式

(1) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$ を展開せよ。

(2) 不等式 $0.3x-0.2(1-x)<1.3$ を解け。

(3) $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

(4) x^3-4xy^2 を因数分解せよ。

(5) $x=1$ が2次方程式 $x^2+ax-3=0$ の解であるとき，定数 a の値と $x=1$ 以外のもう1つの解を求めよ。

[$\alpha-15$] 2次関数

(1) 次の $\boxed{(ア)}$，$\boxed{(イ)}$，$\boxed{(ウ)}$ にあてはまる数を答えよ。
2次関数 $y=3(x-2)^2+4$ のグラフは2次関数 $y=\boxed{(ア)}\,x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{(イ)}$，y 軸方向に $\boxed{(ウ)}$ だけ平行移動したものである。

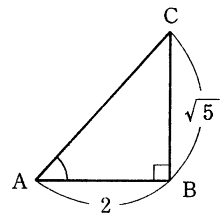
(2) 2次関数 $y=-3(x+1)^2+2$ のグラフについて，頂点の座標を求めよ。

(3) 2次関数 $y=x^2+x-6$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。

(4) 2次関数 $y=(x-1)^2+2$ について，$0\leqq x\leqq 3$ における最大値と最小値を求めよ。

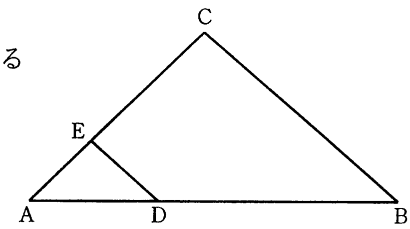
(5) 2次不等式 $x^2-4x+3<0$ を解け。

(1) 右図の直角三角形 ABC において，$\sin A$ の値を求めよ。

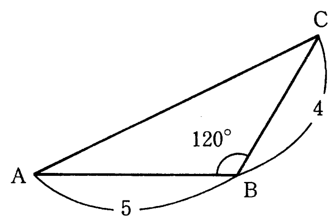


(2) $\triangle$ABC において，$A+B=120^\circ$ のとき，$\cos C$ の値を求めよ。

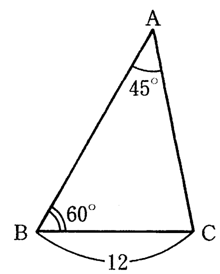
(3) 右図のような $\triangle$ABC において，AD : DB = 1 : 2，AE : EC = 1 : 2 とする。$\triangle$ABC の面積が 18 であるとき，$\triangle$ADE の面積を求めよ。



(4) 右図のような AB = 5，BC = 4，$\angle$B = 120° の $\triangle$ABC の面積を求めよ。



(5) 右図のような $\triangle$ABC において，BC = 12，$\angle$A = 45°，$\angle$B = 60° のとき，辺 AC の長さを求めよ。



S Ⅱ β 学 力 テ ス ト

β 共通問題 次の問いに答えよ。（ここで使用している i は虚数単位とする）

(1) $\dfrac{1}{x^2-x}-\dfrac{1}{x-1}$ を計算せよ。

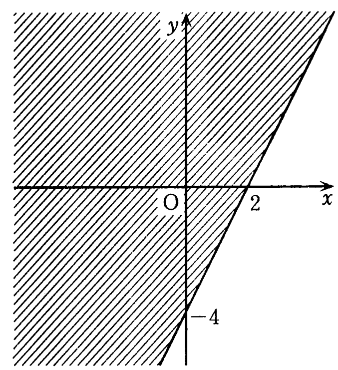
(2) 3 次方程式 $x^3+3x^2-x-3=0$ を解け。

(3) 2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解の 1 つが $1+i$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。ただし，a，b は実数とする。

(4) 2 点 A$(1,\ 5)$，B$(3,\ -1)$ を結ぶ線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。

(5) 2 点 A$(3,\ 0)$，B$(-3,\ 0)$ に対して，等式 $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2=20$ を満たす点 P の軌跡の方程式を求めよ。

(6) 右図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし，この領域は境界線を含むものとする。



(7) 不等式 $a^2+5b^2 \geqq 4ab+2b-1$ …… ① について，次の問いに答えよ。
ただし，a，b は実数とする。

(ア) 不等式 ① を証明せよ。（途中経過を書け）

(イ) 等号が成り立つときの a，b の値を求めよ。

(8) 原点を O とし，直線 $y=-x+4k$ と 2 つの直線 $y=3x$，$y=-\dfrac{1}{3}x$ の交点をそれぞれ A，B とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，k は正の定数とする。

(ア) 2 点 A，B 間の距離を k を用いて表せ。（途中経過を書け）

(イ) △OAB の外接円の半径が 5 のとき，k の値を求めよ。

β 選択問題　[β－1] から [β－13] までの13群のうち，学校で指定された2群を解答すること。

[β－1] 三角関数

(1) $\cos 75^\circ$ の値を求めよ。

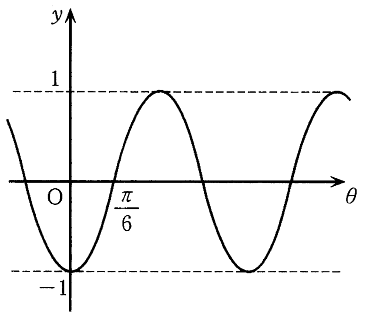
(2) $n = 1, 2, 3, \cdots, 6$ のとき，$\cos \dfrac{n\pi}{3}$ がとる値のうち，異なる値はいくつあるか。

(3) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin 2\theta$ の値を求めよ。

(4) $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，方程式 $\tan^2\theta = 1$ を解け。

(5) 下図は関数 $y = \sin a\left(\theta - \dfrac{\pi}{6}\right)$ のグラフの一部である。

$a > 0$ のとき，定数 a の値を求めよ。



[β－2] 指数関数・対数関数

(1) $\sqrt[4]{81}$ の値を求めよ。

(2) 不等式 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x \geqq \dfrac{1}{16}$ を解け。

(3) $\log_{10}\dfrac{1}{4} + 2\log_{10}\dfrac{3}{5} - \log_{10} 9$ を計算せよ。

(4) $\log_2 3 \times \log_9 8$ を計算せよ。

(5) 不等式 $\log_2(x-2) < 3$ を解け。

[β−3] 微分・積分の考え

(1) 関数 $f(x)=x^2+x$ について，x の値が -2 から 3 まで変化するとき，$f(x)$ の平均変化率を求めよ。

(2) 放物線 $y=2x^2$ 上の x 座標が -1 である点における接線の方程式を求めよ。

(3) 関数 $f(x)=x^3+ax+b$ が $x=1$ で極小値 2 をとるとき，定数 a，b の値を求めよ。

(4) 定積分 $\int_{-2}^{2}(3x^2+4x+1)dx$ を求めよ。

(5) 等式 $\int_{a}^{x}f(t)dt=x^2+x-6$ を満たす関数 $f(x)$ と，定数 a の値を求めよ。

[β−4] 式と証明・高次方程式 （この選択群で使用している i は虚数単位とする）

(1) 等式 $(2+i)x+(1+i)y=4+5i$ を満たす実数 x，y の値を求めよ。

(2) $\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ とするとき，α^4 の値を求めよ。

(3) 2 次方程式 $x^2-ax+2=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=4$ となるように，定数 a の値を定めよ。

(4) 2 次方程式 $x^2+6x+k-1=0$ が実数解をもつように，定数 k の値の範囲を定めよ。

(5) 整式 $P(x)$ を $(x+2)(x-3)$ で割ったときの余りが $7x+5$ である。このとき，$P(x)$ を $x+2$ で割ったときの余りを求めよ。

[β−5] 図形と方程式 （軌跡と領域は除く）

(1) 点 $(3,2)$ を通り，直線 $x+2y+3=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

(2) 3 点 A$(a,2)$，B$(3,b)$，C$(5,7)$ を頂点とする △ABC の重心が点 $(3,3)$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

(3) 2 点 A$(0,2)$，B$(8,6)$ から等距離にある x 軸上の点 P の座標を求めよ。

(4) 方程式 $x^2+y^2-6x+4y-3=0$ によって表される円の中心の座標と半径を求めよ。

(5) 円 $x^2+y^2=8$ と直線 $y=-x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。

[$\beta-6$] **三角関数**（加法定理を除く）

(1) 次の値の中で最も大きいものを選び，記号で答えよ。

ア　$\sin 10^\circ$　　イ　$\sin 70^\circ$　　ウ　$\sin 130^\circ$　　エ　$\sin 200^\circ$

(2) $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)$ の値を求めよ。

(3) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，不等式 $2\sin\theta-1>0$ を解け。

(4) $-\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3}$ のとき，関数 $y=\cos\theta$ の値域を求めよ。

(5) 関数 $y=\sin\left(\dfrac{1}{2}\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$ の周期を求めよ。

[$\beta-7$] **指数関数・対数関数**（対数関数は除く）

(1) $\sqrt[3]{80}\times\sqrt[3]{4}\div\sqrt[3]{5}$ を計算せよ。

(2) $4^{2.5}\div(2^{-1})^2\times16^{-\frac{3}{4}}$ を計算せよ。

(3) $\left(6^{\frac{1}{3}}+1\right)\left(6^{\frac{2}{3}}-6^{\frac{1}{3}}+1\right)$ を計算せよ。

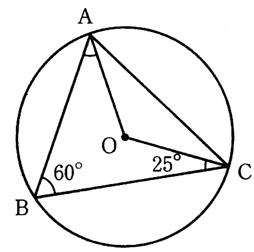
(4) 次の3つ数の大小を調べ，小さい順に左から並べよ。

$\sqrt[3]{25}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt[5]{125}$

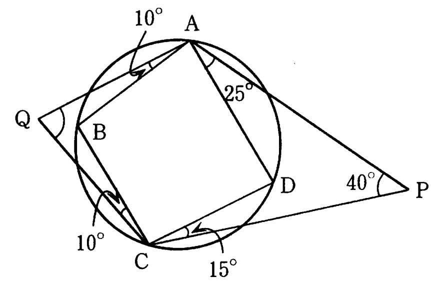
(5) $4^x+4^{-x}=7$ のとき，2^x+2^{-x} の値を求めよ。

[β－8] 平面図形

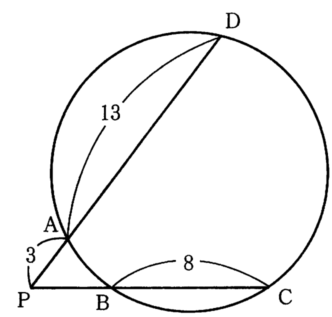
(1) 右図のように，△ABC が円 O に内接している。$\angle ABC = 60^\circ$，$\angle BCO = 25^\circ$ のとき，∠BAO の大きさを求めよ。



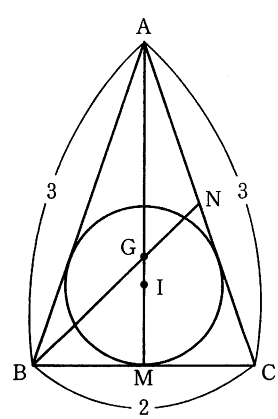
(2) 右図のように，四角形 ABCD が円に内接している。$\angle APC = 40^\circ$，$\angle DAP = 25^\circ$，$\angle DCP = 15^\circ$，$\angle BAQ = \angle BCQ = 10^\circ$ のとき，∠AQC を求めよ。



(3) 右図のように，円の外部の点 P から円と2点 A，D で交わる直線と2点 B，C で交わる直線を引く。PA = 3，AD = 13，BC = 8 のとき，線分 PB の長さを求めよ。



(4) 右図のように，AB = AC = 3，BC = 2 である△ABC において，辺 BC，CA の中点をそれぞれ M，N とする。△ABC の内心 I と重心 G はともに線分 AM 上にある。線分 IG の長さを求めよ。



(5) 3つの線分の長さが x，8，$2x+2$ であるとき，これらの線分で三角形をつくるための x の値の範囲を求めよ。

[$\beta-9$] 集合と論理

(1) 全体集合を $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，その部分集合を $A=\{3,6,9\}$，$B=\{2,4,6,8\}$ とする。集合 $A\cap\overline{B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 次の $\boxed{}$ に適するものを，下の (ア) ～ (エ) の中から選び，記号で答えよ。

「実数 a，b について，$a+b=3$ は $a=1$ かつ $b=2$ であるための $\boxed{}$。」

(ア) 必要条件であるが十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

(3) 集合 $A=\{a,b,c,d\}$ の部分集合のうち，a を要素にもつものはいくつあるか。

(4) A，B 2つの問題を50人の生徒に解かせたところ，A が解けた生徒は26人，B が解けた生徒は15人，両方解けた生徒は8人だった。このとき，A も B も解けなかった生徒の人数を求めよ。

(5) 実数 x に関する次の命題の対偶を書け。また，その対偶の真偽を答えよ。

「$x\leqq 1$ ならば，$-1<x<1$ である。」

[$\beta-10$] 場合の数と確率

(1) 当たりくじが4本入っている10本のくじがある。このくじを2本同時に引くとき2本とも当たりくじである確率を求めよ。

(2) 1，2，3，4，5 の5個の数字を1回ずつ使ってできる5桁(けた)の整数のうち偶数は何個あるか。

(3) 赤球6個，白球5個，黄球4個が入った袋から，同時に4個の球を取り出すとき，4個とも同じ色の球が出る確率を求めよ。

(4) 1個のさいころを3回投げるとき，出る目の最小値が2である確率を求めよ。

(5) A君は次のようなゲームをすることになった。

> 箱の中に白球が6個，黒球が3個，赤球が1個入っている。この箱から球を1個取り出す。取り出した球が白球のとき100円，黒球のとき500円，赤球のとき1000円もらえる。

このゲームを1回行うとき，A君のもらえる金額の期待値を求めよ。

[β－11] **場合の数と確率**（確率は除く）

(1) 1から100までの整数のうち，3と8の少なくとも一方で割り切れる数は何個あるか。

(2) 144の正の約数は何個あるか。

(3) $(x+2)^8$ の展開式における x^5 の係数を求めよ。

(4) 7人から4人を選びその4人がたがいに手をつないで輪をつくるとき，何通りの輪ができるか。

(5) KANAGAWA の8個の文字を一列に並べるとき，並べ方は全部で何通りあるか。

[β－12] **数　列**

(1) 公差が -3，第10項が -4 である等差数列の初項を求めよ。

(2) 第2項が6，第5項が48である等比数列の初項と公比を求めよ。ただし，公比は実数とする。

(3) 初項2，項数6，末項486である等比数列の和を求めよ。ただし，公比は実数とする。

(4) $\sum_{k=1}^{5}(2^k-k)$ を求めよ。

(5) 数列 4, 5, 8, 13, 20, …… の一般項 a_n を求めよ。

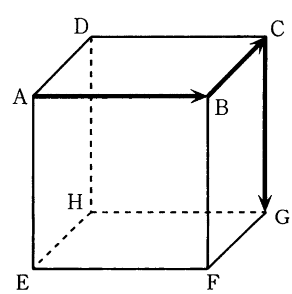
[β－13] **ベクトル**

(1) 2つのベクトル $\vec{a}=(1,\ x+1)$，$\vec{b}=(3,\ -1)$ が平行になるように定数 x の値を定めよ。

(2) $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$ で，2つのベクトル $\vec{a}+\vec{b}$ と $5\vec{a}-2\vec{b}$ が垂直であるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

(3) 3点 A(1, 0), B(−1, 2), C(−3, −1) に対して，$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}$ を満たす点Pの座標を求めよ。

(4) 1辺の長さが2の立方体 ABCD−EFGH において，内積 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG})$ の値を求めよ。



(5) 平行四辺形 OABC において，辺 OA を 2:1 の比に内分する点を D，辺 OC の中点を E とし，線分 DE と対角線 OB の交点を F とする。
$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。